BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

FORMULAIRE DE MATHEMATIQUES

I. ALGEBRE.

Identités remarquables :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

Suites :

Suites arithmétiques de raison a :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$;

$u_0 + u_1 + ... + u_n = \dfrac{(n+1)(u_0 + u_n)}{2}$.

Suites géométriques de raison b :

Terme initial u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$;

$u_0 + u_1 + ... + u_n = u_0 \dfrac{1-b^{n+1}}{1-b}$ $(b \neq 1)$.

Equation du second degré :

a, b, c, nombres réels tels que $a \neq 0$. $\Delta = b^2 - 4ac$

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

1°) si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x' = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x'' = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

On a alors : $ax^2 + bx + c = a(x-x')(x-x'')$

avec $x' + x'' = -\dfrac{b}{a}$ et $x'x'' = \dfrac{c}{a}$.

2°) si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x' = x'' = -\dfrac{b}{2a}$ et $ax^2 + bx + c = a(x-x')^2$.

3°) si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

II. TRIGONOMETRIE: Valeurs remarquables (angles en radians) :

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1

III. STATISTIQUES: *Moyenne, variance, écart-type.*

$\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

$V(x) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$

$\sigma = \sqrt{V(x)}$

Dans le cas d'un regroupement en classes ou en tableau d'effectifs:

$\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$

$V(x) = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$

IV. PROBABILITES.

Dénombrements:

$n! = n(n-1)(n-2)....3 \times 2 \times 1$

$\dbinom{n}{p} = \dfrac{n(n-1).....(n-p+1)}{p!} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$

$\dbinom{n}{p} = \dbinom{n}{n-p}$.

Calcul de probabilités :

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$; $p_B(A) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

Espérance d'une variable aléatoire: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

Loi binomiale : $p(X = k) = \dbinom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Espérance de X, variable aléatoire de loi binomiale: $E(X) = np$

V. ANALYSE .

Fonction logarithme népérien :

$\ln$ est, sur $]0;+\infty[$, la primitive de $\left(x \mapsto \frac{1}{x}\right)$ qui s'annule pour $x=1$.

$\ln(1)=0$; $\ln(e)=1$

$\ln(ab)=\ln a+\ln b$

$\ln\frac{a}{b}=\ln a-\ln b$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

Fonction exponentielle:

x réel, y réel strictement positif :

$y=\exp(x)=e^x$ équivaut à $x=\ln y$

$e^0=1$

$e^{a+b}=e^a e^b$

$e^{a-b}=\frac{e^a}{e^b}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty$

Dérivées et primitives usuelles et opérations sur les dérivées :

Intervalle de validité	$f(x)$	$f'(x)$
$\mathbb{R}$	k	0
$\mathbb{R}$	x	1
$\mathbb{R}$	x^n, $n\in\mathbb{N}^*$	nx^{n-1}
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	x^n, $n\in\mathbb{Z}^*$	nx^{n-1}
$]0;+\infty[$	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$]0;+\infty[$	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
sur tout intervalle où $ax+b>0$	$\ln(ax+b)$	$\frac{a}{ax+b}$
$\mathbb{R}$	e^x	e^x
$\mathbb{R}$	e^{ax+b}	$a\,e^{ax+b}$
$\mathbb{R}$	$\cos x$	$-\sin x$
$\mathbb{R}$	$\sin x$	$\cos x$

Règles de calcul

$(u+v)'=u'+v'$

si k constante réelle:
$(ku)'=ku'$

$(uv)'=u'v+uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)'=-\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Calcul intégral :

Définition :

Si F est une primitive de f, $\int_a^b f(t)dt=F(b)-F(a)$.

Somme :

$\int_a^b (f+g)(t)dt=\int_a^b f(t)dt+\int_a^b g(t)dt$.

Produit par une constante :

$\int_a^b kf(t)dt=k\int_a^b f(t)dt$.

Positivité :

Si $a\le b$ et $f\ge 0$, $\int_a^b f(t)dt\ge 0$